

Jméno:

1. a) Formulujte nutnou podmínku a „některé“ postačující podmínky existence Reimannova integrálu

$$\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dx dy dz.$$

- b) Vypočítejte objem tělesa, které je ohraničené

rovinami $x = -2$, $x + y = 2$, $z = 0$ a plochou $z = \sqrt{y + 1}$.

(10b)

2. Vypočítejte objem tělesa, ohraničeného rovinou $z = 0$ a plochami $x^2 + y^2 = 1$, $z = x^2 + y^2 + 1$, je-li hustota tělesa $h(x, y, z)$ přímo úměrná vzdálenosti bodu (x, y, z) od osy z .

nebo, chcete-li

Vypočítejte hmotnost tělesa, ohraničeného rovinou $z = 0$ a plochami $x^2 + y^2 = 1$, $z = x^2 + y^2 + 1$, je-li hustota tělesa $h(x, y, z)$ přímo úměrná vzdálenosti bodu (x, y, z) od osy z .

(10b)

3. a) Uveďte definice úplného metrického prostoru a kompaktního metrického prostoru.

(4b)

- b) Dokažte, nebo ukažte, že neplatí :

(i) Prostor (R^n, d_∞) ($n \in N$) je úplný metrický prostor.

(Pro $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ a $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ je $d_\infty(x, y) = \max_i |x_i - y_i|$.)

(8b)

(ii) Kompaktní metrický prostor je úplný metrický prostor.

(8b)